УДК 336.76

О. В. Савич,
к. е. н., доцент кафедри фінансів та обліку, ПВНЗ "Галицька академія"

ОЦІНКА ФРАКТАЛЬНОГО ВИМІРУ ЧАСОВИХ РЯДІВ КУРСІВ ВАЛЮТ МЕТОДОМ ПОДІЛУ ПОЛЯ

O. Savych,
PhD, Assistant Professor at the Department of Finance and Accounting PVNZ "Galytska Akademia"

MEASURING THE COMPLEXITY OF CURRENCY MARKETS BY FRACTAL DIMENSION ANALYSIS: METHOD OF PLANE DIVISION

У статті розглядається і описується модель фрактального виміру часових рядів для побудови валютного портфеля. Застосована модель комплексу використовується на світовому ринку для оцінки і зменшення ризику інвестицій. Представлення даної тематики в Україні обумовлюється необхідністю розвитку методів оцінки валютного ринку України.

In this article the model of the fractal measuring of sentinel rows is examined and described for a construction currency to the brief-case. The applied model of complex is used in the world market for an estimation and reduction to the risk of investments. Presentation of this subjects in Ukraine is stipulated by the necessity of development of methods of estimation of currency market of Ukraine.

Ключові слова: валютний портфель, фрактальний аналіз, математична модель, математичні методи, диверсифікація, показник, коефіцієнт.
Key words: currency brief-case, fractal analysis, mathematical model, mathematical methods, diversification, index, coefficient.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У класичній теорії аналізу часових рядів біржових даних і інвестування в цінні папери не використовуються інструменти теорії хаосу. Теорія хаосу ще широко не вживається серед дослідників, головним чином з огляду на складнощі, виникаючі при обрахуванні інструментів, якими користується, і часті інтерпретаційні неясності. Дана стаття має на меті представлення одного з інструментів теорії хаосу — фрактального виміру, а також презентація авторського методу оцінки даного виміру.

АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПУБЛІКАЦІЙ

На даний час у вітчизняній і світовій науці значний внесок у вивчення вказаних питань зроблений такими вченими, як Андерсон Т., Благун І., Бланк І., Вітлінський В., Врублевська О., Гренджер К., Грін. В., Грабарчук С., Гранатуров В., Клебанова Т., Кендалл Д., Колесникова В., Конюховський П., Лінтерн Д., Лукаш С., Малютіна Л., Марковітц Г., Моляков Д., Опарін В., Островська О., Павлюк К., Парзен Е., Петерс Е., Романовський О., Сабанті Б., Тюкі Д., Фама Е., Федосов В, Хенкок Д., Хатанака М., Хемінг Р., Хачатурян С., Шарп У. та ін.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою даної роботи є розробка економіко-математичних моделей оцінки прибутковості валютного портфелю.

ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Евклідова геометрія визначає вимір площини, в якій розміщений часовий ряд. Таким простором є площина з евклідовим виміром — 2. Розглядаючи траєкторію часового ряду як ламану траєкторію, ми одержуємо евклідовий вимір — 1. Відходячи від евклідового виміру, можна відмітити, що діаграма часового ряду не заповнює всієї площини, на якій він розміщений, отже його значення буде менший від 2 і відмінним від 1, оскільки це евклідовий вимір прямої, а часові ряди не мають в цілому форми прямої лінії.

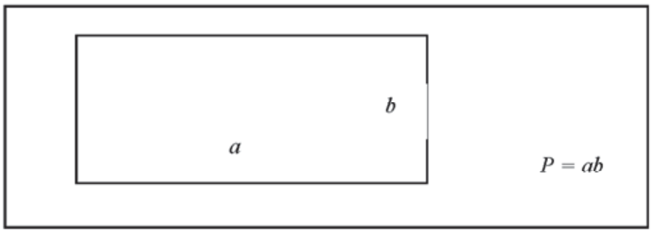

Рис. 1.

Вирішенням цієї незручності є фрактальний вимір, охарактеризований Петерсом: фрактальний вимір, який описує, яким чином об'єкт (або часовий ряд) заповнює свій простір, є результатом всіх факторів, які впливають на систему, творінням якого є даний об'єкт (часовий ряд). Фрактальний вимір означається як D і він не повинен бути цілим числом. Для діаграм одновимірних часових рядів приймає він значення з площини <1; 2>. Часового ряду прийме значення 1, коли діаграма матиме форму прямої лінії, а значення 2 — коли займатиме певну двовимірну область на площині. На практиці граничні значення не досягаються.

Оскільки фрактальний вимір повинен описувати, яким чином часовий ряд заповнює область, то більше заповнення призведе до збільшення фрактального виміру, а менше заповнення спричинить менший фрактальний вимір. Для часових рядів це означає, що часті зміни у різних напрямах спричинятимуть збільшення виміру і ряд буде більше заповнювати площину, а однонаправлені ряди, з невеликим числом змін, матимуть менші фрактальні виміри, їхні форми будуть більш наближені до форми прямої. Ряди, в яких відбуваються часті зміни у різних напрямах — характеризуються явищем повернення до середньої величини, а ряди з малою кількістю число змін — явищем продовженням тренду. Відповідні висновки можна однак зробити тільки після отримання даних емпіричних досліджень.

Приклад застосування фрактального виміру для природних явищ подає Mandelbrot. Проблема стосується виміру довжини берегової лінії. Результат залежить від довжини показника: чим показник коротший, тим точніший результат, оскільки дозволяє схопити більшу кривизну. Фрактальний вимір дає відповідь на запитання, як виглядає берегова лінія. Чим більше ламана берегові лінія, тим її фрактальний вимір більший. E. Peters подає напр. фрактальний вимір берегової лінії Норвегії — 1,52 і берегової лінії Великої Британії — 1,26. Даний результат перекликається з обстеженням карти — берегова лінія Норвегії більш ламана ніж берегова лінія Великої Британії, отже, її вимір фрактальний вимір більший і більш наближений до 2.

Один із способів знаходження фрактального виміру часових рядів подає E. Peters: фрактальний вимір знаходиться шляхом вимірювання степеня нерівності лінії. Потрібно порахувати число кругів з визначеним діаметром, які потрібні для покриття всієї лінії. Потім потрібно зменшити діаметр кругів і повторити розрахунки. Після проведення відповідного числа таких операцій можна відмітити, що число кругів тісно пов'язано із довжиною радіусів кругів, і описується наступним співвідношенням:

$N_r = (2r)^D$

N_r — найменше число коліс при встановленому r,

r — радіус,

D — фрактальний вимір,

звідси фрактальний вимір D є ведучим коефіцієнтом простої регресії:

$\log N_r = D \log(2r)$.

Однак це є малоефективний спосіб підрахунку фрактального виміру, оскільки вимагає багатьох геометричних конструкцій. Подібно визначається фрактальний вимір методом BCM, з тією різницею, що замість кіл порівнюються квадрати з визначеною величиною сторони,

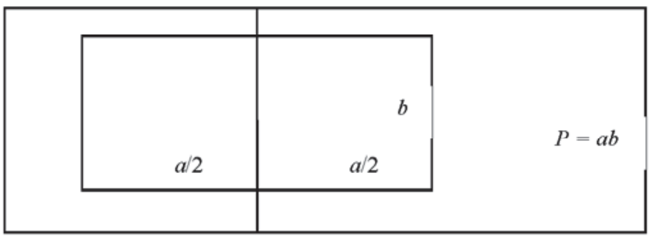

Рис. 2.

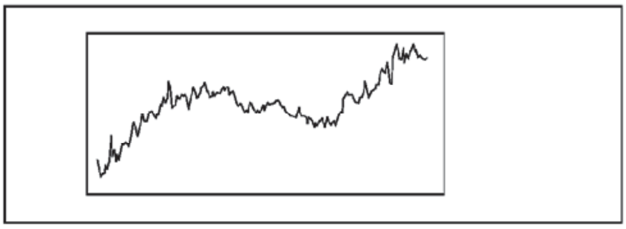

Рис. 3.

потрібні для покриття діаграми часового ряду.

Авторський метод оцінки фрактального виміру, представлений в даній роботі, поєднує елементи сегментно-варіаційних методів та також традиційних геометричних методів. Подібно як в сегментно-варіаційному методі діаграма часового ряду покриватиметься через прямокутники, а натомість саме оцінювання фрактального виміру полягатиме в визначенні коефіцієнта регресії, подібно як в геометричних методах. Припустимо, що ми маємо в розпорядженні частину площини у формі прямокутника з довжиною a і висотою b. Площа цього прямокутника становитиме $P = ab$ (рис. 1). Прямокутник буде поділений на половини, тому площу P ми назвемо первинною (перед поділом). Потім первинний прямокутник ділиться на дві рівні частини вертикальною прямою (рис. 2). Площа тих двох прямокутників, що виникли становитиме p, але $p = P$, оскільки:

$$\frac{a}{2}\cdot b+\frac{a}{2}\cdot b=\frac{2ab}{2}=ab=P.$$

Наступне ділення навпіл прямокутників не змінить того факту, що сума площ завжди виноситиме P. Означає це, що сума полів P після поділу прямокутника на довільне число рівних прямокутників вертикальними лініями буде така ж сама, як сума полів p після в два рази щільнішого поділу (первинним може бути поділ напр. на три прямокутники, а наступний — на шість). Отже, для довільного поділу заходить існує певна закономірність:

$$p=2\frac{P}{2}.$$

У прямокутнику варто розмістити діаграму часового ряду.

Нехай часовий ряд має довжину N; тоді площа області, яку замає ряд, можна вирахувати з формули:

$$P=N(x_{\max}-x_{\min}) \quad (1),$$

де x_{max} і x_{min} є відповідно найбільшою і найменшою величиною в ряду.

Потрібно поділити прямокутник, який займає часовий ряд, вертикальною прямою на половини і знайти суму площ p частин, що виникли, використовуючи формулу (1) для кожної частини:

$$p=\frac{N}{2}(x_{\max_1}-x_{\min_1})+\frac{N}{2}(x_{\max_2}-x_{\min_2}) \quad (2).$$

Між p і P виникає нерівність:

$$p\le P \quad (3).$$

Повторюючи дію ділення навпіл скінчену кількість разів, після кожного разу виявиться, що сума площ частин в відношенні до суми первинних полів є не більшою від них. Означає це, що при довільному первинному поділі на k частин поле, яке займає діаграму ряду, становитиме:

$$P_k=\frac{N}{k}\sum_{i=1}^{k}(x_{\max_i}-x_{\min_i}) \quad (4),$$

а при поділі на $2k$ частин:

$$p_{2k}=\frac{N}{2k}\sum_{i=1}^{2k}(x_{\max_i}-x_{\min_i}) \quad (5).$$

Між P_k і p_{2k} виникає нерівність:

$$p_{2k}\le P_k \quad (6).$$

Очевидно, що:

$$p_{2k}\le 2\frac{P_k}{2} \quad (7).$$

Рівність в формулі (7) виникає лише для діаграм тих часових рядів, які повністю запов-

Таблиця 1. Результати визначення фрактального виміру D для обраних рядів

Lp.	Період дослідження		Валюта			
			EUR	USD	CHF	GBP
1	02.07.2002	21.11.2002	1,4480	1,4332	1,4884	1,1584
2	22.11.2002	15.04.2003	1,2171	1,4335	1,2713	1,5385
3	16.04.2003	08.09.2003	1,4285	1,4287	1,6229	1,5073
4	09.09.2003	30.01.2004	1,2529	1,3808	1,3451	1,3621

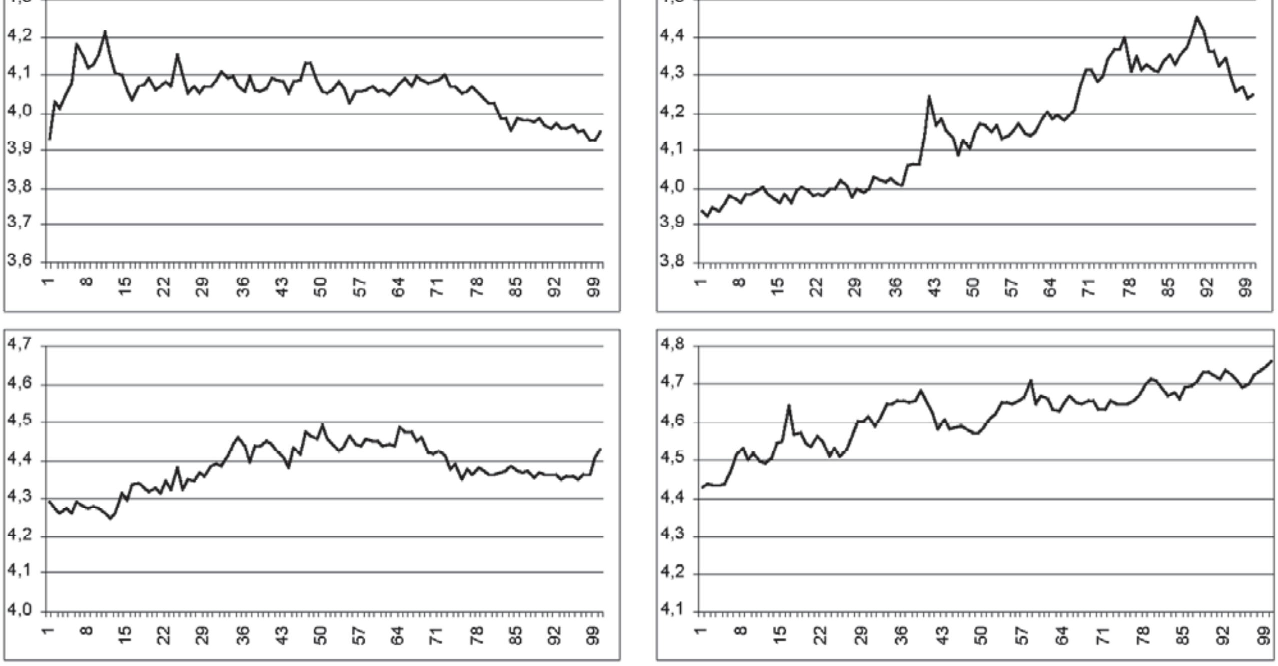

Рис. 4. Часові ряди курсів євро, що відповідають періодам з таблиці 1

нюють свою площину. Якщо ряд матиме форму прямої лінії, то між р та Р заходити буде рівність:

$$p_{2k} = 1\frac{P_k}{2} \qquad (8).$$

Рівняння здійснюється також для ламаної, починаючи від певного поділу.

Для довільного ряду

$$p_{2k} = D\frac{P_k}{2} \qquad (9).$$

де D буде міститися в площині <1; 2> і буде тим більше, чим форма траєкторії часового ряду буде більш ламана, тобто — чим частіше в ряду виступатиме зміна трендів на протилеж-

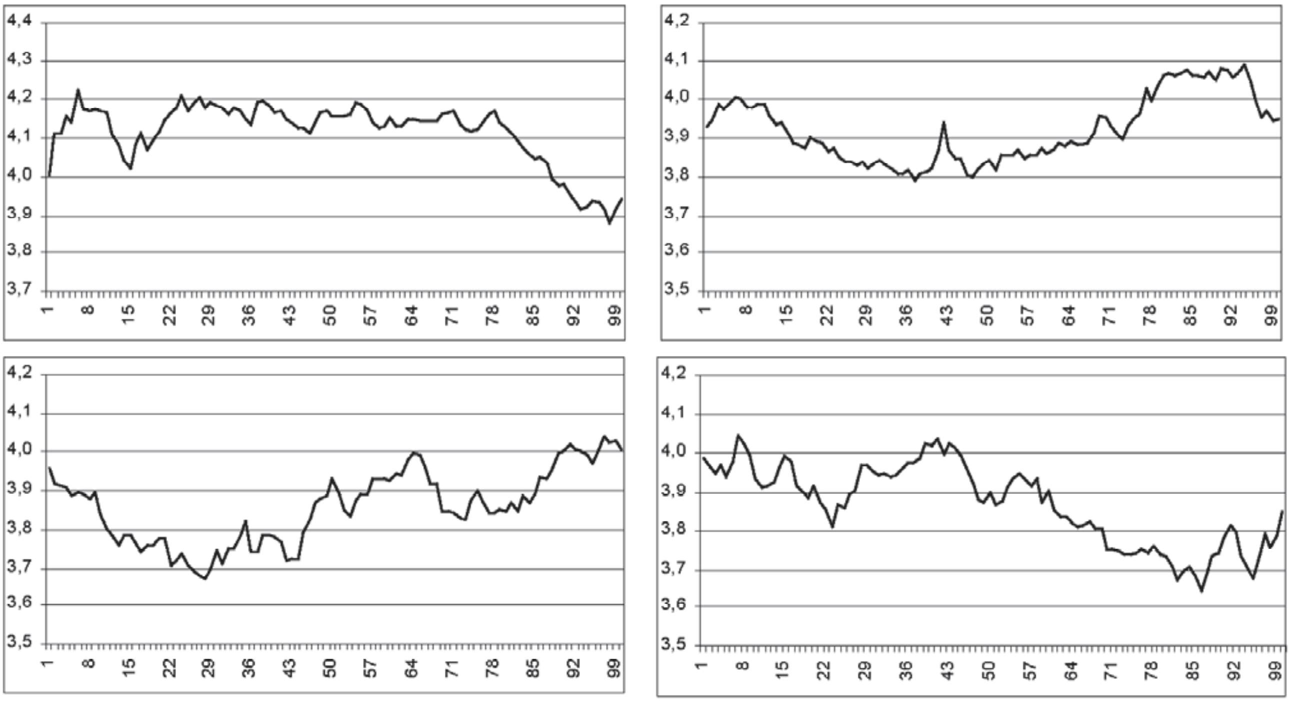

Рис. 5. Часові ряди курсів долара, що відповідають періодам з таблиці 1

не значення. Величина D натомість буде тим ближча до 1, чим форма ряду буде ближча до прямої, тобто — чим менше буде в ряді змін трендів на протилежні. Якщо в графіку на осі x відкладатимуться значення $P/2$, а на осі y — значення p, то величина D буде коефіцієнтом простої регресії, оціненої для пунктів $(P/2; p)$. Така сформульована вартість D може трактуватися як показник ламаності рядів, тобто як фрактальний вимір рядів.

Аналіз часових рядів курсів валют (табл. 1).

У випадку часових рядів євро ми спостерігаємо дві ситуації (рис. 5): перший і третій ряд є рядами з бічними трендами, натомість другий і четвертий ряд є рядами з чітко окресленою тенденцію росту. Для першого і третього ряду ми отримали високі оцінки фрактального виміру (понад 1,4), що означає частіші повернення до середнього стану, натомість для другого і четвертого ряду ми маємо нижчі значення фрактального виміру, що показує форма діаграми, ближча до прямої. Найбільш помітною є тенденція в другому ряду і тут також величина фрактального виміру D найменша.

Трохи сильнішим є тренд у четвертому ряді. Тут величина фрактального виміру впала приблизно на 0,05 в порівнянні з іншими рядами. Невелике падіння є результатом досить значних декількох відхилень курсу вгору від тренду зниження.

У випадку першого ряду значення фрактального виміру і діаграма ряду також інформують про бічний тренд, однак вже з частішими, хоч і короткими періодами підтримки тренду, в даному випадку — падіння. Найвиразніше тенденція зображена на рисунку 5, і для цього ряду вартість фрактального виміру D найменша і становить 1,2713.

У четвертому ряду з'являється вже виразна тенденція росту, і це зразу призводить до зменшення фрактального виміру до рівня 1,36.

Для обговорюваних часових рядів протяжності 100 найменші зміни фрактального виміру ми спостерігаємо в випадку курсу долара, де тенденція чітка лише в четвертому ряду.

ВИСНОВКИ

Аналіз часових рядів, що були запропоновані, надає дуже цікаву інформацію. Можна відмітити декілька закономірностей. Ряди, більш ламані, мають вищі фрактальні виміри ніж ряди, менш ламані. Ряди з переважаючим бічним трендом мають вищі фрактальні виміри ніж ряди з виразним трендом росту або зниження. Очевидно ці дві тези перекликаються, оскільки на відрізку однакової протяжності ряд з бічним трендом частіш за все більш ламаний, ніж ряд з вираженим трендом, з огляду на більшу кількість змін у різних напрямках. Ряди з вираженою тенденцією росту або падіння мають менші фрактальні виміри. Очевидно, сила такого тренду може бути різною; а важливим є те, щоб він був помітний.

Література:

1. Ульянченко О.В. Дослідження операцій в економіці. — Харків, 2003.
2. Ульянченко О.В. Методи оптимізації в економіці. — Харків, 2001.
3. Ермольев Ю.М., Ляшко И.И., Михалевич В.С., Тюптя В.И. Математические методы исследования операций. — Киев: Вища школа, 1979. — 312 с.
4. Кондратенко Г.В. Фазифікація якісних сигналів у нечітких системах підтримки прийняття рішень // Вестник ХГТУ. — 2002. — № 14. — С. 74—81.
5. Бугір М.К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі. — К.: Академія, 1998. — 272 с.
6. Calczynski A., K-Stroz D., Orzecowska D., Sleszynski Z. Elementy badan operacyjnych w zarzadzaniu. — Radom, 2000.
7. Debski W. Rynek finansowy i jego mechanizmy. Warszawa, PWN, 2002.

References

1. Ulianchenko, O.V. (2003), Doslidzhennia operatsii v ekonomitsi [Operations research in economics], Gryph, Kharkiv, Ukraine.
2. Ulianchenko, O.V. (2001), Metody optymizatsii v ekonomitsi [Optimization methods in economics], Kharkiv National Agricultural University, Kharkiv, Ukraine.
3. Ermoliev, Yu.M. Liashko, I.I. Mykhalevych, V.S. and Tiuptia V.I. (1979), Matematicheskie metody issledovaniia operatsii [Mathematical methods in operations], Vyshcha shkola, Kiev, Ukraine.
4. Kondratenko, H.V. (2002), "Phasing of quality signals in fuzzy systems decision support", Visnyk KhHTU, vol. 14, pp. 74—81.
5. Buhir, M.K. (1998), Matematyka dlia ekonomistiv. Liniina alhebra, liniini modeli [Mathematics for economists. Linear algebra and linear models], Akademiia, Kiev, Ukraine.
6. Calczynski, A. K-Stroz, D. Orzecowska, D. and Sleszynski, Z. (2000), Elementy badan operacyjnych w zarzadzaniu [Elements of operational researches in management], Radom, Poland.
7. Debski, W. (2002), Rynek finansowy i jego mechanizmy [Financial markets mechanisms], PWN, Warszawa, Poland.

Стаття надійшла до редакції 24.02.2015 р.