

УДК 338.43.01:519

І. В. Хлівна,

к. е. н., доцент кафедри фінансів, обліку і аудиту,
Уманська філія ПВНЗ "Європейський університет"

МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАЙНЯТОСТІ НАСЕЛЕННЯ

I. V. Hlivna,

Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor of Finance and Accounting Branch Uman PVNZ "European University"

MODEL ANALYSIS AND FORECASTING EMPLOYMENT

Наведено результати дослідження з моделювання ринку праці, яке дозволяє запобігти майбутнім структурним дисбалансам у сфері праці, підтримувати відповідність попиту та пропозиції робочої сили, прогнозувати зайнятість населення як на найближче майбутнє, так і на деяку віддалену перспективу.

The paper describes possibilities of application of mathematical modeling of the labor market by means of which is possible to obtain objective data that can increase the efficiency of its operations. It is shown that modeling the labor market makes it possible to objectively assess its current status and trends and make informed management decisions in the area of employment and effective utilization of human resources.

*Ключові слова: моделювання, ринок праці, робоча сила, населення.
Key words: modeling, labor market, labor force, population.*

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У результаті більш ніж десятилітніх реформ в Україні сформувалася досить специфічна "українська модель" ринку праці. Її ключові особливості ще не до кінця усвідомлені. Тому часто український ринок праці сприймається як нагромадження аномалій, ніж цілісна і по-своєму внутрішньо струнка система. Тим більше, він веде себе аж ніяк не хаотично, а підпорядковується цілком певній логіці, яка впливає з особливостей сформованої моделі. Стихійна міжрегіональна і міжгалузева міграція робочої сили, широке поширення неформальної зайнятості та неформальної оплати праці і в той же час — наявність прихованого безробіття і масові затримки заробітної плати — всі ці явища є не що інше, як своєрідні механізми пристосування головних суб'єктів ринку праці (працівників та роботодавців) до нових умов соціально-економічного середовища.

Разом з тим, адаптаційні можливості ринку праці далеко не безмежні. Помічено, що реструктуризація української економіки в цілому і ринку праці зокрема йде значно повільніше, ніж в інших країнах колишнього союзу. Саме зміна чисельності та структури робочих місць не цілком відповідає вимогам сучасної дійсності. У таких умовах делікатне обґрунтоване втручання держави в процеси структурного формування, переміщення та професійної адаптації трудових ресурсів представляється

неминучим етапом розвитку українського ринку праці.

Найважливіше завдання економічної науки — аналіз і прогнозування соціально-економічних процесів для цілеспрямованого впливу на них. Сучасна наука має в своєму розпорядженні широкий арсенал відповідних інструментів, серед яких особливе місце займає економіко-математичне моделювання, відносно вільне від суб'єктивних уявлень і пристрастей. Саме економіко-математичні методи і моделі покликані допомогти осмисленню сучасної ситуації на ринку праці і вибрати адекватні інструменти для його регулювання.

Необхідно також зазначити, що сегментування ринку праці за окремими регіонами, а також значне розходження в основних показниках регіональних ринків природним чином зумовлюють і логіку дослідження, переводячи його з макrorівня на мезорівень. Таким чином, побудова комплексу економіко-математичних моделей аналізу і прогнозування трудових процесів для обґрунтування регіональних планів соціально-економічного розвитку, без сумніву, є актуальним завданням.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Аналіз численних публікацій, присвячених окремим аспектам ринку праці, показує, що дослідження носять, як правило, якісний ха-

рактер. З методів, що дозволяють отримувати кількісні оцінки і прогнози, достатньо активно використовуються в основному методи кореляційно-регресійного та кластерного аналізу. Однак такі дослідження здебільшого фрагментарні. Між тим, нестійкість і "затененість" української економіки вимагає від дослідника системного підходу. Зазначена проблематика перебуває в полі зору вчених, її різні аспекти досліджували такі українські науковці, як: А. Васильєв [1], Н. Грицяк, П. Гаман, В. Галицький, О. Єрмаков [2], Л.А. Запара, Л.Є. Ковальов, Б. Кравченко, А. Ліпенцев, В. Мартиненко, О. Мельников, В. Мандибура, Н. Нижник, О. Осауленко, М. Пірен, О. Ривак, О. Лебединська, Е. Лібанова, Г.І. Чепурко, О.В. Чернявська, І. Шумляєва та ін. Серед зарубіжних учених ці проблеми вивчали Д. Рікардо, В. Савченко, Ж. Сей, А. Сміт, Л. Харріс, А. Філіпс Ф. Хайке та інші.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Метою дослідження є розкриття основ використання математичного моделювання при прогнозуванні зайнятості населення.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Економіка — одна з найпоширеніших сфер застосування математичних моделей. За останні 30—40 років методи моделювання в економіці розроблялися дуже інтенсивно. Математичне моделювання є важливим інструментом економічних досліджень. Застосування математичного підходу до економічного моделювання сприяє вирішенню багатьох економічних завдань. Одним з основних структурних елементів економіки є ринок праці. Економічна теорія визначає ринок праці як систему соціально-трудових відносин з приводу задоволення потреби народного господарства в робочій силі та реалізації громадянами права на працю, що здійснюються за допомогою обміну на основі попиту і пропозиції (відповідно, робочої сили і робочих місць). Нові тенденції та закономірності розвитку, проблеми і протиріччя, які супроводжують становлення сучасного ринку праці, вимагають всебічного вивчення. Моделювання ринку праці дозволяє запобігти майбутнім структурним дисбалансам в сфері праці, підтримувати відповідність попиту та пропозиції робочої сили, прогнозувати зайнятість населення, як на найближче майбутнє, так і на деяку віддалену перспективу.

Метою математичного моделювання ринку праці є отримання об'єктивних даних, що дозволяють забезпечити підвищення ефективності

його функціонування. Створення моделей ринку праці забезпечує вибір стратегії управління у сфері зайнятості, враховуючи при цьому особливості економічного розвитку, складу працездатного населення, політичної ситуації, пріоритетів соціального розвитку. Моделювання ринку праці дає можливість об'єктивно оцінити його поточний стан і тенденції зміни, а також приймати обґрунтовані управлінські рішення в сфері працевлаштування та ефективного використання людських ресурсів. На основі якісної математичної моделі ринку праці можливо:

- створення інформаційної бази і системи моніторингу ринку праці;
- визначення різних параметрів ринку праці;
- надання зацікавленим службам інформації для аналізу та прогнозування кон'юнктури ринку праці та тенденцій її зміни;
- аналіз споживачів робочої сили;
- визначення найбільш бажаних, що користуються попитом на даний момент фахівців;
- аналіз розподілу і перерозподілу робочої сили в аспекті подальшого використання по галузях економіки;
- аналіз наявної системи стимулювання зайнятості для формування політики зайнятості;
- прогнозування ринку робочої сили, числа робочих місць і потреб у них, а також рівня і структури зайнятості населення, його міграції.

Застосування властивості самоорганізації для опису економічних процесів відкриває нові можливості для їх вивчення. Побудова математичної моделі самоорганізації ринку праці для кількох галузей економіки, дослідження моделі на стійкість дозволяє встановити тенденції функціонування ринку робочої сили, досліджувати ринок на предмет його стійкості. Ринок праці на відміну від інших типів ринків має властивість стійкості. Однак дослідження ринку праці в умовах ринкової економіки на предмет стійкості, аналіз діяльності біржі праці як складової частини функціонально-організаційної структури ринку праці, використання цих досліджень при формуванні соціальної політики є недостатньо вивченими на сьогоднішній день. Актуальність даного дослідження зумовлена необхідністю побудови математичної моделі, яка описує процес функціонування ринку праці для кількох галузей економіки.

Результати діяльності біржі праці не завжди відповідають запитам ринку праці на сучасному етапі. Причиною є некомпетентність у наданні послуг, що перешкоджає розвитку про-

цесу орієнтації на актуальність запитів сільського населення. Недостатня інформація про стан ринку праці не дозволяє адекватно впливати на процеси, що протікають в ньому. Виникає ряд суперечностей, пов'язаних з відмінностями показників офіційної статистики і реального стану ринку праці, можливостями сучасних інформаційних ресурсів та відсутністю технологій їх використання в діяльності біржі праці. У дисертації запропонована методика, що дозволяє визначити стійкий стан аграрного ринку праці. Ми прагнули об'єднати можливості застосування сучасної теорії стійкості для вирішення практичних задач оцінювання стану ринку праці з використанням ЕОМ [3].

Формалізація теорії може бути завершена розробкою комплексу взаємопов'язаних математичних і комп'ютерних моделей, що дозволяють гнучко змінювати політику держави в сфері зайнятості та безробіття з метою узгодження ефективного розвитку економіки і соціальної захищеності безробітних. Вітчизняною наукою накопичено певний досвід складання математичних моделей, що описують процеси, що відбуваються на ринку праці [1; 4]. Для прогнозу ситуації у сфері зайнятості та безробіття, в основному, використовувалися балансові моделі і статистичні методи кореляційного аналізу. Відомо, що регресійні методи дають хороші результати в тих випадках, коли не відбувається різких структурних змін соціально-економічного розвитку суспільства. Тому жоден прогноз, складений за допомогою цих методів, не зміг передбачити, наприклад, загострення ситуації на ринку праці у 1998 р. Вибір математичних методів для вирішення проблеми самоорганізації ринку праці обумовлений наступними аспектами: удосконалення системи збору інформації про складні об'єкти (ринку праці); поглиблення кількісного аналізу проблем в технічних, економічних та інших сферах аграрного ринку праці; рішення принципово нових наукових і практичних завдань у будь-якій сфері економічної діяльності.

Залежно від поставленої мети конкретна математична модель дозволяє дати відповідь на різні питання функціонування ринку праці. Наприклад, можна створити інформаційну базу і систему моніторингу ринку праці, визначити різні параметри ринку праці, проаналізувати розподіл та перерозподіл робочої сили, спрогнозувати рівень і структуру зайнятості населення, його міграцію [5; 6].

Однак в умовах економічної кризи параметри моделі змінюються настільки непередбачено (кажуть про збурення початкових пара-

метрів моделі), що навіть стохастичні методи дають досить приблизні прогнози. Для прогнозування ситуації на аграрному ринку праці в основному використовувалися балансові моделі і статистичні методи кореляційного аналізу. Але відомо, що регресійні методи дають гарні результати у тих випадках, коли не відбуваються різких структурних змін соціально-економічного розвитку суспільства. Тому жоден прогноз, отриманий за допомогою цих методів в умовах кризи, не може адекватно передбачити ситуацію на ринку праці. Ми пропонуємо методику визначення стійкості аграрного ринку праці за допомогою побудови аналітичної динамічної моделі, яка складається з системи диференціальних рівнянь. Коефіцієнти та початкові умови якої визначаються за статистичними даними. При цьому сама система рівнянь не розв'язується так, як точний розв'язок, по-перше, його не завжди можна знайти, а по-друге, навіть його знаходження дуже важко аналізувати.

Тому ми пропонуємо не розв'язання даної системи диференціальних рівнянь, а дослідження їх на стійкість. Стійкість моделі визначається за допомогою розгляду коренів характеристичного полінома запропонованої системи диференціальних рівнянь. Отже, дослідження ринку праці в умовах ринкової економіки на предмет стійкості дозволить спрогнозувати тенденцію рівня безробіття при збуренні початкового стану ринку. При застосуванні ідей теорії самоорганізації А.Н. Васильєв [1] як базовий математичний апарат використовує нелінійні диференціальні рівняння. Запропонована модель самоорганізації ринку робочої сили окремої галузі, яка дозволяє спрогнозувати ймовірність розвитку подій на ринку. У моделі передбачається, що за даний період кількість працюючих зміниться на величину

$$dN_1(t) = (N_2(t)W_1(t) - N_1(t)W_2(t))dt \quad (1),$$

де $N_1(t)$ — загальна кількість фахівців, які зайняті в галузі на даний час; $N_2(t)$ — кількість потенціальних робітників, які можуть бути залучені для роботи в розглянутій галузі та на даний час є безробітними; $N = N_1(t) + N_2(t) = const$ — ємність ринку робочої сили галузі; $W_1(t)dt$ — ймовірність того, що безробітний фахівець може знайти роботу за спеціальністю протягом часу з t до $t + dt$; $W_2(t)dt$ — ймовірність звільнення працюючого фахівця за період з t до $t + dt$.

У моделі рівняння (1) зводиться до диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами, з якого отримуються два розв'язки. Причому з двох стаціонарних розв'язків стійким буде

тільки один. З економічної точки зору це означає, що в цьому стані з певним рівнем зайнятості при незначних відхиленнях від цього рівня система з часом знову повернеться до початкового стану. На відміну від стану рівноваги, стан з другим рівнем зайнятості не рівноважний, оскільки навіть незначне відхилення від цього рівня призведе до переходу системи в інший стаціонарний стан. Даний результат повністю підтверджується економічними міркуваннями, оскільки не рівноважний стан відповідає режиму функціонування галузі з використанням додаткових ресурсів [8]. Розглянемо систему диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами:

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) \quad (2),$$

де A — матриця сталих коефіцієнтів системи рівнянь (2).

У лінійній алгебрі доводиться, що для стійкості розв'язку системи рівнянь (2) необхідно і достатньо, щоб всі власні значення k_i матриці A задовольняли умові $\text{Re } k_i \leq 0$, тобто дійсна частина всіх власних значень була не додатною. Результати можна узагальнити на випадок двох, трьох і більше галузей економіки. У даній статті ми розглядаємо ринок праці України в сільській місцевості. Умовно всіх працюючих сільських працездатних мешканців можна поділити на дві групи. Одні працюють у сільському господарстві, інші на промисловому виробництві (в селах або в ближчих містах). Отже, для створення математичної моделі ми можемо розглянути дві "галузі": "галузь сільського господарства" та "галузь промислового виробництва". Позначимо:

$N_1^1(t)$ — загальна кількість сільських мешканців, які працюють в сільському господарстві на момент часу t ;

$N_1^2(t)$ — загальна кількість сільських мешканців, які працюють на промисловому виробництві на момент часу t ;

$N_2^1(t)$ — кількість потенціальних робітників, що проживають у сільській місцевості, які можуть бути залучені для роботи у сільському господарстві та на момент часу t є безробітними;

$N_2^2(t)$ — кількість потенціальних робітників, що проживають у сільській місцевості, які можуть бути залучені для роботи у промисловому виробництві та на момент часу t є безробітними;

$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 N_j^i(t) = N = \text{const}$ — ємність ринку робочої сили сільських мешканців;

$W_1^{(1,1)}$ — ймовірність того, що безробітний, останнє місце роботи якого було сільське господарство, отримує роботу в сільському господарстві за період часу з t до $t + dt$;

$W_1^{(1,2)}$ — ймовірність того, що безробітний, останнє місце роботи якого було сільське господарство, отримує роботу на промисловому виробництві за період часу з t до $t + dt$;

$W_1^{(2,1)}$ — ймовірність того, що безробітний, останнє місце роботи якого було промислове виробництво, отримує роботу в сільському господарстві за період часу з t до $t + dt$;

$W_1^{(2,2)}$ — ймовірність того, що безробітний, останнє місце роботи якого було промислове виробництво, отримує роботу на промисловому виробництві за період часу з t до $t + dt$;

$W_2^{(1)}$ — ймовірність звільнення фахівця сільського господарства за період часу з t до $t + dt$;

$W_2^{(2)}$ — ймовірність звільнення фахівця сільського господарства за період часу з t до $t + dt$.

Відмітимо, що в загальному випадку

$$\sum_{i=1}^2 W_1^{(i,j)} \neq 1, \quad j=1,2.$$

Будемо припускати, що в початковий момент часу $t=0$ кількість фахівців, зайнятих у сільському господарстві та які проживають у сільській місцевості, дорівнює $N_{10}^{(1)}$, кількість фахівців, зайнятих в промисловому виробництві та які проживають у сільській місцевості, — $N_{10}^{(2)}$, кількість потенціальних робітників, що мешкають у сільській місцевості, які можуть бути залучені до роботи в сільському господарстві та на час t є безробітними, дорівнює $N_{20}^{(1)}$, кількість потенціальних робітників, що мешкають у сільській місцевості, які можуть бути залучені до роботи на промисловому виробництві та на час t є безробітними, — $N_{20}^{(2)}$.

$$\text{Тобто: } N_1^{(i)}(0) = N_{10}^{(i)}, N_2^{(i)}(0) = N_{20}^{(i)}, \quad i=1,2 \quad (3).$$

Відповідно до введених позначень отримуємо систему диференціальних рівнянь із заданими початковими умовами (3), яка описує динаміку перерозподілу робочої сили у сільській місцевості:

$$\frac{dN_1^{(1)}(t)}{dt} = -N_1^{(1)}(t)W_2^{(1)} + N_1^{(2)}(t)W_2^{(2)} - N_2^{(1)}(t)W_1^{(1,1)} + N_2^{(2)}(t)W_1^{(2,1)},$$

$$\frac{dN_1^{(2)}(t)}{dt} = N_1^{(1)}(t)W_2^{(1)} - N_1^{(2)}(t)W_2^{(2)} + N_2^{(1)}(t)W_1^{(1,2)} - N_2^{(2)}(t)W_1^{(2,2)}, \quad (4)$$

$$\frac{dN_2^{(1)}(t)}{dt} = N_1^{(1)}(t)W_2^{(1)} + N_1^{(2)}(t)W_2^{(2)} - N_2^{(1)}(t)[W_1^{(1,1)} + W_1^{(1,2)}] + N_2^{(2)}(t)W_1^{(2,1)},$$

$$\frac{dN_2^{(2)}(t)}{dt} = N_1^{(1)}(t)W_2^{(1)} + N_1^{(2)}(t)W_2^{(2)} + N_2^{(1)}(t)W_1^{(1,2)} - N_2^{(2)}(t)[W_1^{(2,1)} + W_1^{(2,2)}]$$

Будемо вважати, ймовірності $W_1^{(i,j)}, W_2^{(i)}$ є сталими величинами, $i, j=1,2$. Таке припущення цілком припустимо з економічної точки зору. Наприклад, можна знайти їх середні значення за поточний рік. Якщо врахувати, що безробітний i -ої галузі може претендувати на місце працюючого фахівця даної галузі тільки за умови звільнення робочого місця, тобто звільнення робітника i -ої галузі, то система диференціальних рівнянь (4) має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1^{(1)}(t)}{dt} &= -N_1^{(1)}(t)W_2^{(1)} - N_2^{(1)}(t)W_1^{(1,1)} + N_2^{(2)}(t)W_1^{(2,1)}, \\ \frac{dN_1^{(2)}(t)}{dt} &= -N_1^{(2)}(t)W_2^{(2)} + N_2^{(1)}(t)W_1^{(1,2)} - N_2^{(2)}(t)W_1^{(2,2)}, \quad (5) \\ \frac{dN_2^{(1)}(t)}{dt} &= N_1^{(1)}(t)W_2^{(1)} + N_1^{(2)}(t)W_2^{(2)} - N_2^{(1)}(t)[W_1^{(1,1)} + W_1^{(1,2)}], \\ \frac{dN_2^{(2)}(t)}{dt} &= N_1^{(1)}(t)W_2^{(1)} + N_1^{(2)}(t)W_2^{(2)} - N_2^{(2)}(t)[W_1^{(2,1)} + W_1^{(2,2)}]. \end{aligned}$$

Система диференціальних рівнянь (5) з початковими умовами (3) є аналітичною моделлю, яка описує динаміку ринку праці у сільській місцевості. Ймовірності, які входять у систему як сталі коефіцієнти, можуть бути оцінені при аналізі статистичних даних. Розв'язання даної системи рівнянь не дає додаткової інформації про стан ринку робочої сили на даний час, але феноменологічні параметри, які входять у запропоновану математичну модель, відкривають можливості для дослідження впливу об'єктивних та суб'єктивних факторів на динаміку рівня безробіття у сільській місцевості без детального розгляду цих факторів. Оскільки будь-яка математична модель не може врахувати всі фактори, а тому завжди несе в себе похибку, то однією з важливих процедур в моделюванні є дослідження стійкості.

Важливим аспектом будь-якої економічної системи є її стійкість. Система є стійкою, якщо вона зберігає тенденцію прямування до того стану, який найбільше відповідає меті системи, меті збереження якості без зміни або незначної зміни структури системи на деякій заданій множині ресурсів (наприклад, на часовому інтервалі). З економічної точки зору стійкість моделі (5) означає, що в стані з рівнем зайнятості (3) при незначних відхиленнях від (3) система з часом знову повернеться до початкового стану. Якщо ж модель (3), (5) є нестійкою, то навіть невеликі зміни (3) обов'язково призведуть до іншого співвідношення кількості безробітних та працюючих у сільській місцевості.

Дослідимо модель (3), (5) на стійкість. Характеристичний поліном матриці коефіцієнтів системи (5) є стійким тоді й тільки тоді, коли його

корені $k_j (j=1, \dots, 4)$ мають від'ємну дійсну частину, тобто відповідають умові $\text{Re} k_j < 0$. Позначимо через W матрицю коефіцієнтів системи (5).

Матриця коефіцієнтів має вигляд:

$$W = \begin{pmatrix} -W_2^{(1)} & 0 & -W_1^{(1,1)} & W_1^{(2,1)} \\ 0 & -W_2^{(2)} & W_1^{(1,2)} & -W_1^{(2,2)} \\ W_2^{(1)} & W_2^{(2)} & -W_1^{(1,1)} - W_1^{(1,2)} & 0 \\ W_2^{(1)} & W_2^{(2)} & 0 & -W_1^{(2,1)} - W_1^{(2,2)} \end{pmatrix}.$$

Складемо характеристичне рівняння матриці W :

$$\det(W - kE) = 0 \quad (6),$$

де E — одинична матриця розміру 4×4 .

Рівняння (6) еквівалентне рівнянню

$$P_n(k) = a_0 + a_1 k + a_2 k^2 + \dots + a_n k^n = 0, \quad a_n = 1 \quad (7).$$

Безпосереднє обчислення власних значень характеристичного рівняння матриці коефіцієнтів системи (5) — це досить трудомісткий процес, який вимагає значних витрат часу. А при збільшенні степені полінома (7) збільшується і похибка отриманих результатів. Тому для розв'язання задач математичного моделювання аграрного ринку праці можна використати різні пакети прикладних програм, наприклад: електронні таблиці Excel, інтегроване середовище MathCad, обчислювальні середовища Maple, MatLab, математичну систему Mathematica. Для знаходження коренів характеристичного рівняння ми використовували середовище MathCad.

Безпосередньо обчислення коефіцієнтів a_i характеристичного полінома вимагає значної кількості математичних операцій. Розроблені спеціальні методи розгортання визначника характеристичної матриці, яке не вимагає його безпосереднього обчислення. У даній роботі ми використовували інтерполяційний метод. Після обчислення коефіцієнтів a_i характеристичного полінома власні значення знаходяться за допомогою метода Ньютона.

Інтегроване середовище MathCad дозволяє знаходити власні значення характеристичного полінома без трудомістких обчислень. Вмонтована функція `eigenvals` знаходить всі корені k_i характеристичного рівняння. Аналіз та обробка даних дозволили оцінити ймовірності, які входять до запропонованої аналітичної моделі. На основі даних 2011 р. нами були отримані значення:

$$\begin{aligned} W_1^{(1,1)} &= 0.12, W_1^{(1,2)} = 0.02, W_1^{(2,1)} = 0.04, W_1^{(2,2)} = 0.07, \\ W_2^{(1)} &= 0.13, W_2^{(2)} = 0.19 \quad (8). \end{aligned}$$

Далі поданий фрагмент робочого документа інтегрованого середовища MathCad для знаходження власних значень k_i характеристичного полінома.

$$W21 := 0.13 \quad W22 := 0.19$$

$$W111 := 0.12 \quad W112 := 0.02 \quad W121 := 0.04 \quad W122 := 0.07$$

$$w := \begin{pmatrix} -w_{21} & 0 & -w_{111} & w_{121} \\ 0 & -w_{22} & w_{112} & -w_{122} \\ w_{21} & w_{22} & -w_{111} & -w_{112} & 0 \\ w_{21} & w_{22} & 0 & -w_{122} \end{pmatrix}$$

$$w = \begin{pmatrix} -0.13 & 0 & -0.12 & 0.04 \\ 0 & -0.19 & 0.02 & -0.07 \\ 0.13 & 0.19 & -0.14 & 0 \\ 0.13 & 0.19 & 0 & -0.11 \end{pmatrix}$$

$$E := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$W_j(n) := w - E \cdot n \quad \text{size} := \text{rows}(w)$$

$$l_r(a, b) := |W_j(a+1)| - (a+1)^{\text{size}}$$

$$Ml_r := \text{matrix}(\text{size}, 1, l_r)$$

$$Ml_r = \begin{pmatrix} 0.728 \\ 5.154 \\ 16.701 \\ 38.788 \end{pmatrix}$$

$$l_l(a, b) := (a+1)^{\text{size}-1-b} \quad Ml_l := \text{matrix}(\text{size}, \text{size}, l_l)$$

$$Ml_l = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \\ 64 & 16 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$a := \text{lsolve}(Ml_l, Ml_r)$$

$$a = \begin{pmatrix} 0.57 \\ 0.14 \\ 0.017 \\ 7.558 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$P(\lambda) := \lambda^4 + a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$$

$$P(\lambda) \rightarrow 0.016746 \cdot \lambda + 0.14 \cdot \lambda^2 + 0.57 \cdot \lambda^3 + \lambda^4 + 0.00075582$$

$$k := \text{eigenvals}(w)$$

$$k = \begin{pmatrix} -0.143 + 0.139i \\ -0.143 - 0.139i \\ -0.107 \\ -0.178 \end{pmatrix}$$

ВИСНОВОК

Таким чином, як видно з розв'язку, всі чотири корені k_i мають від'ємну дійсну частину. Це означає, що математична модель (3), (5) при ймовірностях (8), що характеризують стан ринку праці в сільській місцевості на кінець 2011 р., буде стійкою. Це вказує на той факт, що й ринок праці буде знаходитись у стані рівноваги. З економічної точки зору це означає, що відносно малі відхилення від рівня безробіття на кінець 2011 р. та незначний перерозподіл структури зайнятості сільських мешканців у наступному 2012 р. не призведе до значного збільшення темпів зростання безробіття. Співвідношення між рівнем зайнятості і рівнем безробіття у сіль-

ські місцевості у 2012 р. не буде сильно відхилятися від значення в 2011 р. При цьому можна припустити, що буде спостерігатись зниження темпів зростання безробіття. Узагальнюючи матеріал, викладений у статті, можна зробити наступні важливі висновки: на основі ідей самоорганізації розроблена аналітична модель аграрного ринку праці; запропонована методика визначення стійкості стану та динаміки ринку праці при перерозподілі на ньому робочої сили за допомогою аналітичного моделювання; вказана методика реалізована у вигляді програмного продукту (з використанням інтегрованого середовища MathCad); за допомогою розробленої математичної моделі ринку праці для аграрного сектора економіки можна проаналізувати тільки його стійкість, дослідити певні тенденції функціонування ринку робочої сили.

Література:

1. Васильев А.Н. Модель самоорганизации рынка труда // Экономика и математические методы. — 2001. — Том 37. №2. — С. 123—127.
2. Єрмаков О.Ю. Формування і ефективність використання трудових ресурсів в сільськогосподарських підприємствах: моногр. / О.Ю. Єрмаков, О.В. Величко; НУБіПУ. — К.: Аграр Медіа Груп, 2010. — 172 с.
3. Інформаційне забезпечення державного та регіонального соціального управління: моногр. / [О.Г. Осауленко, О.Ф. Новікова, Н.С. Власенко та ін.]; НАН України, Ін-т економіки пром-сті. — К.; Донецьк, 2004. — 655 с.
4. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzy TECH / А.В. Леоненков. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 736 с.
5. Людський розвиток регіонів України: аналіз та прогноз (колективна монографія) / за ред. чл.-кор. НАНУ, д.е.н., проф. Е.М. Лібанової. — К.: Ін-т демографії та соціальних досліджень НАН України, 2007. — 328 с.
6. Медков В.М. Демография: учебник. — 2-е изд. — М.: ИНФРА-М, 2008. — 683 с. — (Высшее образование).
7. Тихомиров Н.П. Демография. Методы анализа и прогнозирования: Ученик для вузов / Н.П. Тихомиров. — М.: Экзамен, 2005. — 256 с. (Серия "Учебник Плехановской академии").
8. Транченко А.В. Формування та регулювання ринку праці на селі: теорія, методологія, практика: (Монографія) / А.В. Транченко. — Умань: Уманське комунальне видавничо-поліграфічне підприємство, 2012. — 586 с. *Стаття надійшла до редакції 17.04.2013 р.*