

А. А. Шиян,
к. ф.-м. н., доцент кафедри менеджменту та моделювання в економіці,
Вінницький національний технічний університет
О. О. Захараш,
асистент кафедри економіки промисловості і організації виробництва,
Вінницький національний технічний університет

МЕТОД РОЗРАХУНКУ ЕКОНОМІЧНО ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ВУЛИКІВ НА ЗАДАНІЙ ПЛОЩІ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ УГІДЬ

Розглянуто типові задачі використання бджіл — збір меду та запилення сільськогосподарських культур — та вирішено задачі оптимізації розміщення вуликів з точки зору досягнення найвищого економічного ефекту. Показано, що оптимальне в економічному сенсі розміщення вуликів повинно розміщуватися у вузлах паркету із правильних трикутників. Розроблено алгоритми для знаходження економічно оптимального розміщення вуликів для довільної площі сільськогосподарських угідь.

A typical problem of bees — honey collection and pollination crops — and decided to hive placement optimization problem in terms of achieving the highest economic benefit. It is shown that the best economic sense in placing the beehives must be placed in units with parquet right triangles. Algorithms for finding cost-optimal placement of hives for any area of agricultural land are described.

*Ключові слова: бджільництво, вулики, оптимізація, розміщення, моделювання.
Keywords: beekeeping, hives, optimization, placement, modeling.*

ВСТУП

Розвиток бджільництва в Україні суттєво гальмується високою, у порівнянні із закордонною, вартістю меду. Тому заходи, направлені на зменшення собівартості меду, дозволять прискорити розвиток бджільництва.

В умовах багатоукладної економіки розвиток бджільництва, як і інших галузей агропромислового комплексу [1], забезпечення рентабельного виробництва меду та іншої продукції бджільництва можливо лише за умови, коли кожне підприємство зокрема і галузь в цілому ефективно використовуватимуть наявний в них ресурсний потенціал та розроблятимуть ефективну стратегію розвитку та виходу із кризи.

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Україна входить до п'ятірки провідних "медових держав" як за валовим обсягом вироб-

ництва, так і за споживанням цього продукту на душу населення. Проте за останні роки в результаті значного падіння кількості бджіл, паритету цін, низького рівня державної підтримки та інших економічних і соціальних факторів ефективність виробництва бджільництва знижується [2].

Сучасне бджільництво є важливою допоміжною галуззю сільського господарства. Його значення не обмежується лише виробництвом і одержанням прибутків від реалізації меду та іншої продукції. В живій природі завдяки запиленню ентомофільних рослин медоносні бджоли стали важливим елементом підтримки встановлених багатосторонніх зв'язків у тваринному і рослинному світі. Запилення бджолами посівів і насаджень сільськогосподарських культур дозволяє значно підвищувати їх урожайність. Зростає значення бджіл і як жи-

вого індикатора навколишнього середовища.

Головна мета фермерського бджільництва — отримання прибутку від виробництва і продажу меду та іншої продукції бджолиних сімей. Основу фермерського бджільництва становить приватна власність на бджолині сім'ї та інші засоби виробництва. Фермерське бджільництво підрозділяється на професійне та напівпрофесійне. У першому випадку бджільництво є єдиним джерелом існування бджоляра і його сім'ї, а в другому — суттєво доповнює доходи від основної роботи в іншій сфері діяльності.

Дослідження проблем організації та утримання пасіки є надзвичайно актуальним, тому що у зв'язку з переходом до ринкової економіки можна очікувати, що в найближчий час фермерське бджільництво буде розвиватися прискореними темпами. В останні роки почали з'являтися пасіки фермерського типу розміром 20—150 і більше бджолиних сімей.

Вивченню питань організації та проблем утримання пасік присвячені праці А. Озерова, Е. Херольда, К. Вайса, В. Музалевського, Н. Кривцова, Н. Кокорева, Б. Чернова та інших.

Також вагомий внесок у розвиток бджільництва і розробку технології розведення та утримання бджіл внесли в різні періоди Г.А. Аветисян, Н.О. Бабич, А.А. Бойко, А.М. Бутлеров, М.М. Вітвицький, Н.М. Кулагін, В.А. Нестеровський, А.С. Нуждін, П.І. Прокопович, П.С. Щербина та інші.

Проте, важливо враховувати кліматичні, географічні та інші особливості місцевості, де планується розташування пасіки [3].

Загальну задачу можна поставити таким чином. Нехай задана площа сільськогосподарських угідь має потенційно певну кількість ресурсу, із якого бджоли можуть підготувати певну кількість меду. Тому із одиниці площі цих угідь можна отримати не більше меду, ніж задане.

Таким чином, з економічної точки зору важливою задачею економічної ефективності бджільництва є здійснення такого розміщення вуликів на площі сільськогосподарських угідь, щоб отримати якомога більшу кількість меду. Із цього випливає, що завелика кількість вуликів не принесе економічного результату: буде зібрано із заданої площі таку саму кількість меду, але витрати будуть більшими (до того ж бджолині сім'ї будуть ослабленими).

Метою статті є розробка математичної моделі та заснованого на ній методу розрахунку розміщення вуликів з метою збору максимальної кількості меду із заданої площі сільськогосподарських угідь.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розглянемо параметри, які характеризують продуктивність одного вулика. Ця продуктивність залежить як від ендегенних параметрів (виду використовуваних бджіл, їх кількості у вулику, рівня їх здоров'я тощо), так і від екзогенних (виду сільськогосподарських рослин, погодних умов, просторового розподілу цільності рослин тощо).

Таким чином, в загальному випадку задача буде характеризуватися великою кількістю параметрів. Для простоти розглянемо спочатку постановку задачі у вигляді, який продемонструє основні особливості використовуваного методу.

Сформулюємо такі припущення щодо параметрів задачі, з використанням яких будуть описані основні аспекти застосування розробленого методу.

Припущення 1. Всі вулики однакові та характеризуються лише одним параметром R — ефективним радіусом кола, із площі якого бджоли збирають мед.

Припущення 2. Медоносні рослини розташовані на площі сільськогосподарських угідь рівномірно.

Таким чином, задача розміщення вуликів звелася до задачі розміщення найбільшої кількості кіл на заданій площі. Із вимог симетрії задачі неважко побачити, що таке розміщення задається таким твердженням.

Твердження 1. Найбільш щільне покриття заданої площі сільськогосподарських угідь вуликами відповідає їх розміщенню у вузлах трикутної ґратки, сформованої із правильних трикутників зі стороною $l=2R$ (тобто центри кіл утворюють паркет із правильних трикутників (див. напр., [4]) зі стороною $l=2R$).

Твердження 1 сформоване за умови, що ефективні радіуси кіл не перетинаються, — воно задає найбільш ефективне розташування вуликів із усіх можливих.

Однак при цьому деякі площі сільськогосподарських угідь виявляються невикористаними для збору меду, тому виникає запитання, чи не можна покращити результат твердження 1.

Для покращення результату ми повинні урахувати, що інтенсивність збору меду бджолами буде різною на різній віддалі від вулика. Зумовлено це тією обставиною, що на більших відстанях концентрація бджіл на одиницю площі буде меншою. Таким чином, повнота збору меду із одиниці площі буде зменшуватися при збільшенні відстані від вулика.

Задамо таку вимогу: потрібно так розмісти-

ти вулики, щоб вся площа сільськогосподарських угідь була доступна для обслуговуваннями бджолами (така задача виникає, наприклад, за умови, коли бджоли використовуються як необхідний елемент для здійснення опилання сільськогосподарських рослин). Результат задається твердженням 2.

Твердження 2. Коли точки розміщення вуликів утворюють паркет із правильних трикутників зі стороною $l \leq (3^{1/2}) \cdot R$, вся площа сільськогосподарських угідь буде доступна для збору меду бджолами.

Доведення цього твердження очевидне із відповідної геометричної побудови.

Запишемо алгоритм для розрахунку розміщення вуликів для реалізації тверджень 1 чи 2. Сільськогосподарські угіддя при цьому характеризуються тільки контуром їх межі: саме в рамках цього контуру і потрібно розмістити вулики.

Алгоритм побудови допоміжного контуру границі площі.

1. Для заданого контуру границі площі сільськогосподарських угідь будуюмо допоміжний контур таким чином: новий контур геометрично повторює попередній, але відрізняється від нього на величину $r \leq (R/2)$, — ця величина вибирається з урахуванням потрібної концентрації бджіл на одиницю площі.

2. На відміну від основного контуру, допоміжний може складатися із декількох нез'язних областей. Для кожної із них необхідно буде здійснити наступний алгоритм.

Алгоритм для знайдення найбільшої кількості вуликів, які можуть бути розміщені на заданій площі:

1) будуюмо паркет із правильних трикутників із сторонами, що відповідають умові твердження 1 (або твердження 2));

2) довільним чином розміщуємо допоміжний контур на паркеті і підраховуємо кількість вузлів паркету всередині контуру (їх кількість буде відповідати кількості вуликів);

3) повертаємо контур на невеликий кут відносно "центру ваги" контуру (він знаходиться за відомим результатами математичного аналізу [5]). Величина куту для повороту знаходиться за допомогою ітеративної процедури: величина куту зменшується доти, доки кількість вузлів паркету всередині контуру не буде змінюватися на 1 при збільшенні (зменшенні) повороту;

4) фіксуємо величину кута, за якого кількість вузлів паркету є максимальною. Із геометричних умов побудови паркету очевидно, що

загальний поворот контуру може бути обмежений 60° ;

5) зміщуємо контур (паралельний перенос) вздовж лінії паркету на невелику відстань. Величина зміщення знаходиться за допомогою ітеративної процедури: величина зміщення зменшується доти, доки кількість вузлів паркету всередині контуру не буде змінюватися на 1 при зміщенні в одну чи іншу сторону;

6) для кожного нового положення контуру повторюємо процедуру пп.2-4;

7) максимальне значення кількості вузлів паркету, отримане при виконанні процедури пп.1-6, і буде задавати розміщення вуликів всередині початкового контуру сільськогосподарської площі.

ВИСНОВКИ

Розглянуто типові задачі використання бджіл — збір меду та опилання сільськогосподарських культур — та вирішено задачі оптимізації розміщення вуликів з точки зору досягнення найвищого економічного ефекту (найбільшої кількості задіяних вуликів). Побудована базова математична модель для розрахунку найбільшої кількості вуликів, яка може розміститися на заданій площі сільськогосподарських угідь. Показано, що оптимальне в економічному сенсі розміщення вуликів повинно розміщуватися у вузлах паркету із правильних трикутників. Розроблено алгоритми для знаходження економічно оптимального розміщення вуликів для довільної площі сільськогосподарських угідь.

Література:

1. Відтворення та ефективне використання ресурсного потенціалу АПК (теоретичні і практичні аспекти) / [За ред. акад. УААН В.М. Трегбчука]. — К.: Ін-т економіки НАН України, 2003. — 259 с.

2. Збільшуємо обсяги виробництва — підвищуємо рентабельність пасік: Доповідь президента Спілки пасічників на V з'їзді Спілки пасічників України // Пасіка. — 2007. — № 1. — С. 2—7.

3. Мирось В.В. Бджільництво: [навч. посібник] / В.В. Мирось, І. Г. Хабарика. — Х.: Харк. нац. аграр. ун-т ім. В.В. Докучаєва, 2007. — 278 с.

4. Гарднер М. От мозаик Пенроуза к надежным шифрам: пер. с англ. — М.: Мир, 1993. — 416 с.

5. Зельдович Б.Я., Мышкис А.А. Элементы прикладной математики. — М.: Наука, 1972. — 588 с.

Стаття надійшла до редакції 19.04.2011 р.